Relation binaire Toute propriété $\mathscr{R}$ portant sur les éléments de $\mathrm{E}\times\mathrm{E}$, où E est un ensemble.

Relation d'équivalence Toute relation binaire $\sim$ sur un ensemble E qui vérifie :

- **Réflexivité** $\forall x \in \mathrm{E} : x \sim x$
- **Symétrie** $\forall x, y \in \mathrm{E} : x \sim y \Longrightarrow y \sim x$
- **Transitivité** $\forall x, y, z \in \mathrm{E} : \left(x \sim y \text{ et } y \sim z\right) \Longrightarrow x \sim z$

Relation d'ordre $\leqslant$ sur E Toute relation binaire $\leqslant$ sur un ensemble E qui est :

- **Réflexive** $\forall x \in \mathrm{E} : x \leqslant x$
- **Antisymétrique** $\forall x, y \in \mathrm{E} : \left(x \leqslant y \text{ et } y \leqslant x\right) \Longrightarrow x = y$
- **Transitive** $\forall x, y, z \in \mathrm{E} : \left(x \leqslant y \text{ et } y \leqslant z\right) \Longrightarrow x \leqslant z$

Loi de composition interne Toute application de $\mathrm{E}\times\mathrm{E}$ dans E, où E est un ensemble.

Magma Tout couple $(\mathrm{E}, \top)$ d'un ensemble E et d'une loi de composition interne $\top$.

Groupe Tout magma $(\mathrm{G}, \times)$ qui vérifie :

- **Associativité** $\forall x, y, z \in \mathrm{G} : \left(x \times y\right) \times z = x \times \left(y \times z\right) = x \times y \times z$
- **Élément neutre** $\exists e \in \mathrm{G} : \forall x \in \mathrm{G},\ x \times e = e \text{ et } e \times x = e$
- **Symétrique** $\forall x \in \mathrm{G} : \exists x' \in \mathrm{G},\ x \times x' = e \text{ et } x' \times x = e$

Groupe abélien ou commutatif Tout groupe $(\mathrm{G}, +)$ qui vérifie :

- **Commutativité** $\forall x, y \in \mathrm{G} : x + y = y + x$

Sous-groupe Si $(\mathrm{G}, \cdot)$ un groupe et e son élément neutre, est un sous-groupe de G toute partie H de G qui vérifie :

- $e \in \mathrm{H}$
- $\forall x, y \in \mathrm{H} : x \cdot y \in \mathrm{H}$
- $\forall x \in \mathrm{H} : x^{-1} \in \mathrm{H}$

Anneau Tout triplet $(\mathrm{A}, +, \times)$, où A est un ensemble, et $+$ et $\times$ sont des lois de composition internes, qui vérifie :

- $(\mathrm{A}, +)$ est un groupe commutatif.
- $\times$ vérifie :
  - **Associativité** $\forall x, y, z \in \mathrm{A} : \left(x \times y\right) \times z = x \times \left(y \times z\right) = x \times y \times z$
  - **Distributive par rapport à $+$** $\forall x, y, z \in \mathrm{A}$:

$$x \times \left(y + z\right) = \left(x \times y\right) + \left(x \times z\right)$$
$$\left(x + y\right) \times z = \left(x \times z\right) + \left(y \times z\right)$$

Anneau commutatif Tout anneau $(\mathrm{A}, +, \times)$ dont la loi $\times$ est commutative.

Anneau unitaire Tout anneau $(\mathrm{A}, +, \times)$ dont la loi $\times$ admet un élément neutre dans A.

Anneau intègre Tout anneau $(\mathrm{A}, +, \times)$ ayant au moins deux éléments, et tel que :

$$\forall x, y \in \mathrm{A} : xy = 0 \iff \left(x = 0 \text{ ou } y = 0\right)$$

Sous-anneau Si $(\mathrm{A}, +, \times)$ un anneau, est un sous-anneau de A toute partie B de A telle que :

- B est un sous-groupe de $(\mathrm{A}, +)$.
- $\forall x, y \in \mathrm{B} : xy \in \mathrm{B}$

Corps Tout anneau unitaire $(\mathrm{K}, +, \times)$ qui vérifie :

- $0_{\mathrm{K}} \neq 1_{\mathrm{K}}$
- $\forall x \in \mathrm{K} \setminus \left\{0_{\mathrm{K}}\right\} : \exists x^{-1} \in \mathrm{K}, xx^{-1} = 1_{\mathrm{K}} \text{ et } x^{-1}x = 1_{\mathrm{K}}$

Corps commutatif Tout corps $(\mathrm{K}, +, \times)$ dont la loi $\times$ est commutative.

Sous-corps Si $(\mathrm{K}, +, \times)$ est un corps, est un sous-corps de K tout sous-anneau L de K tel que :

- $1_{\mathrm{K}} \in \mathrm{L}$
- $\forall x \in \mathrm{L} \setminus \left\{0_{\mathrm{K}}\right\} : x^{-1} \in \mathrm{L}$

N.B. : les propriétés portant sur *tous les éléments* d'un ensemble n'ont de sens que si cet ensemble n'est pas le vide...